* $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} 4\sqrt{x+1} = +\infty$
* $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} x^2 = +\infty$

3) f admet $\frac{31}{4}$ comme minimum absolu en $\frac{5}{2}$

EXERCICE№21

$f(x) = x\sqrt{1-x^2}$

1)

x	-∞		-1		1		+∞
$1-x^2$		-	0	+	0	-	

$D_f = [-1,1]$

2) $\lim\limits_{x \to 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x \to 1^-} \frac{x\sqrt{1-x^2}}{x-1} = \lim\limits_{x \to 1^-} \frac{x(1-x^2)}{(x-1)\sqrt{1-x^2}} = \lim\limits_{x \to 1^-} \frac{x(1+x)(1-x)}{(x-1)\sqrt{1-x^2}}$

$= \lim\limits_{x \to 1^-} \frac{-x(x+1)}{\sqrt{1-x^2}} = -\infty$ (de la forme $\frac{-2}{0^+}$)

f n'est pas dérivable à gauche en 1

$(\mathcal{C}_f)$ admet une demi-tangente verticale au point d'abscisse 1.

3) – a) pour $x \in D_f = [-1,1]$, on a $(-x) \in D_f$

$f(-x) = -x\sqrt{1-(-x)^2} = -x\sqrt{1-x^2} = -f(x)$ d'où : f est impaire.

b) f n'est pas dérivable à droite en (-1) (f est impaire)

pour $x \in]-1,1[$; $f'(x) = \sqrt{1-x^2} + x\left(\frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}\right)$

$f'(x) = \sqrt{1-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$ le signe de $f'(x)$ est celui de $(1-2x^2)$

x	-1		$\frac{-1}{\sqrt{2}}$		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		1
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	0	↘	$\frac{-1}{2}$	↗	$\frac{1}{2}$	↘	0

c) * f admet $(-\frac{1}{2})$ comme minimum absolue en $(-\frac{1}{\sqrt{2}})$

* f admet $(\frac{1}{2})$ comme maximum absolue en $(\frac{1}{\sqrt{2}})$

4) – a) T : $y = f'(0).(x-0) + f(0)$

(T) : $y = x$

b) $f'(x) = \frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$; $f''(x) = \frac{x(2x^2-3)}{(\sqrt{1-x^2})^3}$

x	-1		0		1
$f''(x)$		+	0	-	

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn